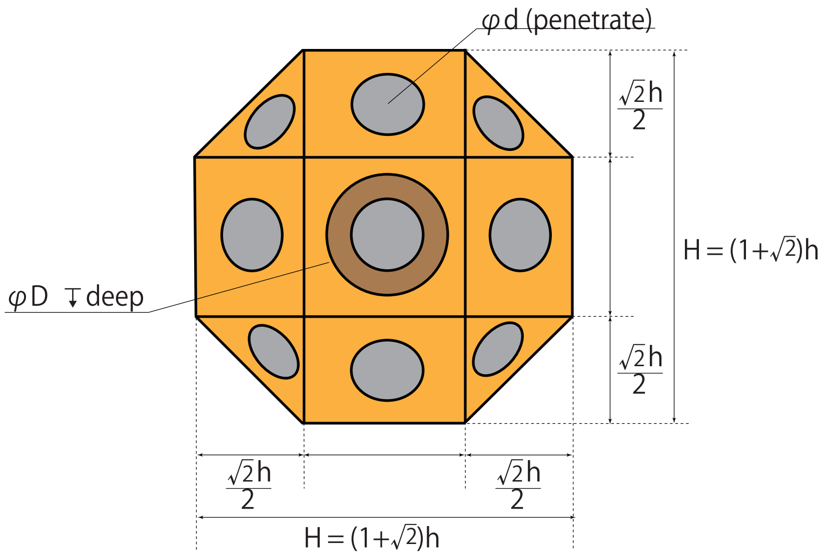
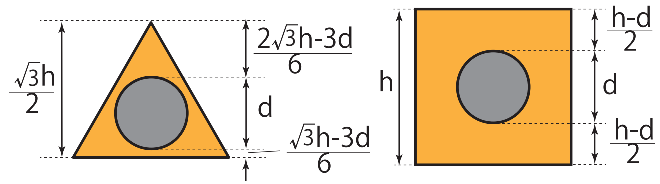
≪斜方立方八面体の図 (数式版)≫

正方形面の 1 辺を h としたときの各部の寸法

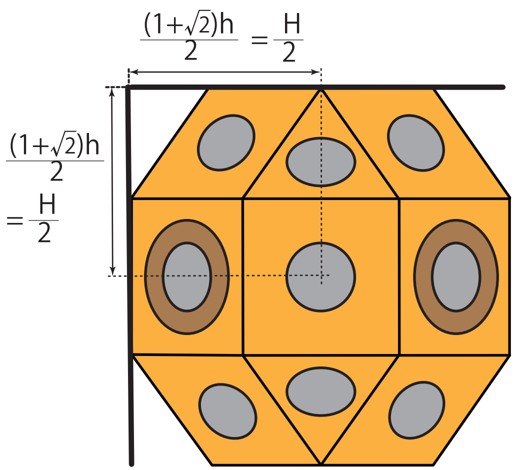


正方形面の 1 辺を h，キリ穴の直径を d
としたときの各部の寸法

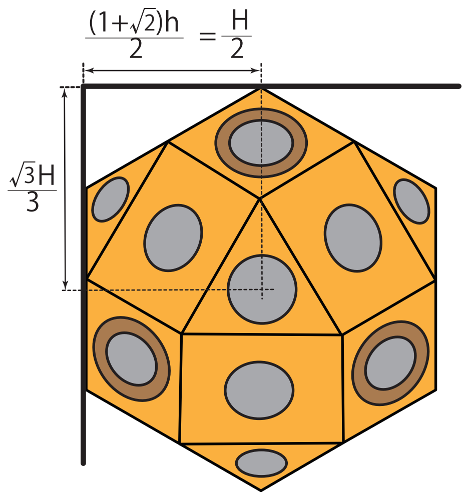


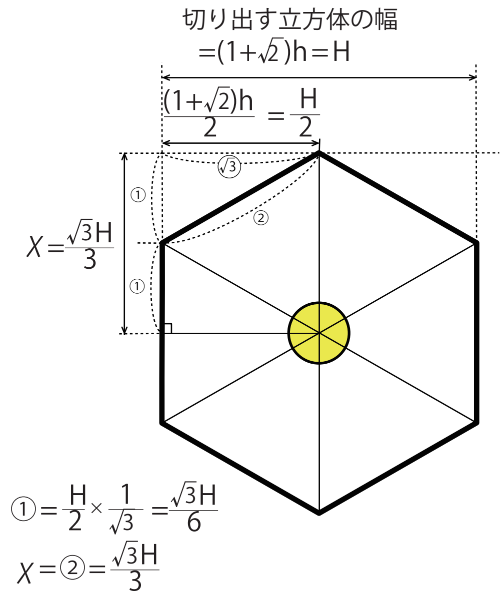
※φd キリ穴はすべての面に共通
※穴の中心は各面の重心
※座ぐりは全部で 6 ヶ所 (原正方形面)

キリ穴の位置 (正方形面)

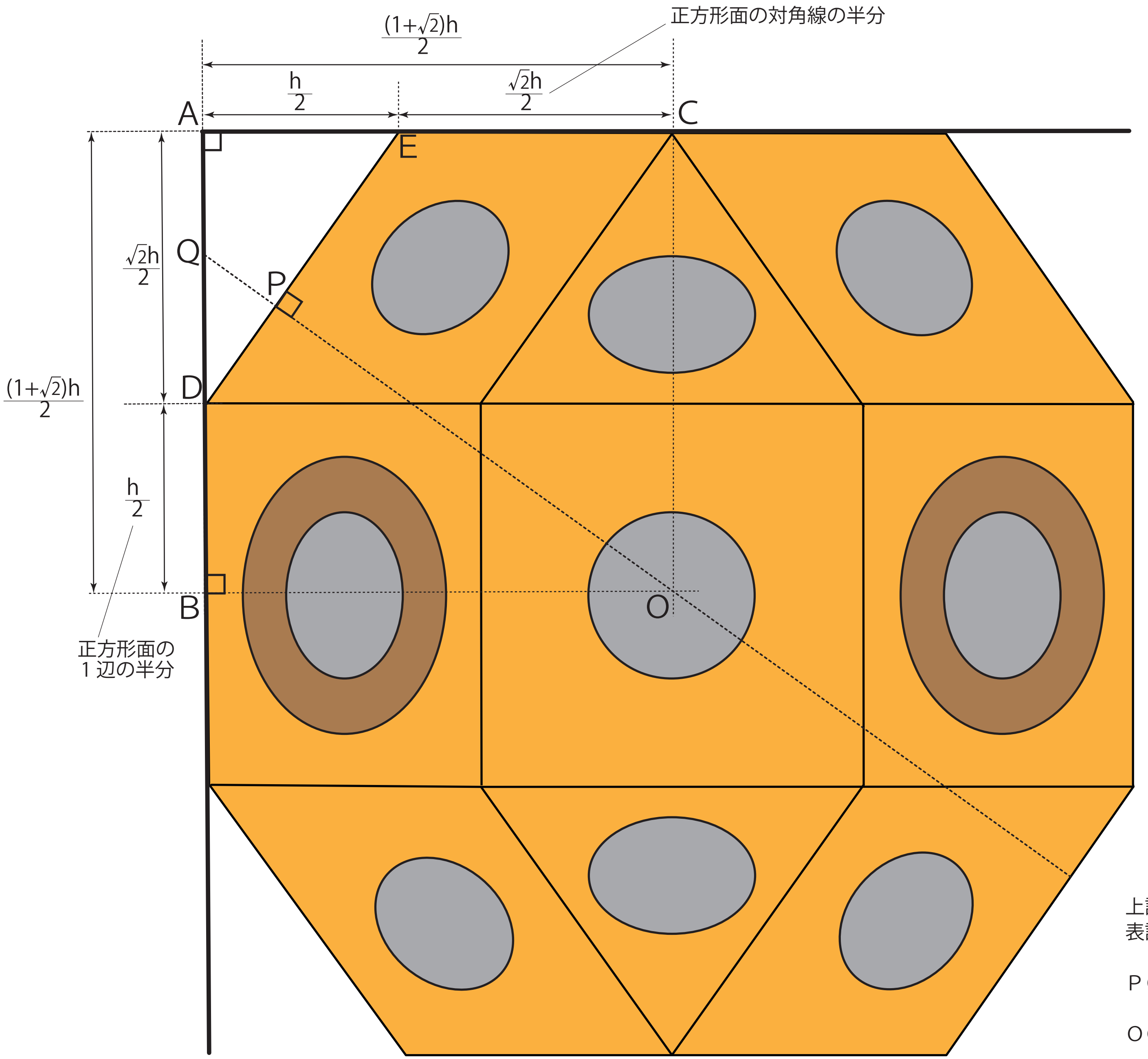


キリ穴の位置 (正三角形面)





≪正三角形面の穴の深さ＝図のＰＯの長さ≫



左の図において，Ｐは三角形面に開けた穴の中心，Ｏは斜方立方八面体の中心である。また，Ｑは線分ＯＰの延長とＡＢとの交点である。

① △ＡＤＥは，ＡＤ：ＡＥ＝$\sqrt{2}$：１の白銀三角形となっているので，ＤＥの長さは$\frac{\sqrt{3}h}{2}$である。

② △ＰＤＱ，△ＢＯＱは△ＡＤＥと直角の他に１つの鋭角が等しいので相似である。つまりどちらも３辺の比率は１：$\sqrt{2}$：$\sqrt{3}$である。また，Ｐ点は正三角形の重心位置であることから，ＤＰの長さはＤＥの長さの$\frac{1}{3}$にあたる。

③ 以上から，$PQ=DP\times\frac{1}{\sqrt{2}}=DE\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$=\frac{\sqrt{3}h}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}h}{12}$$

$$OQ=BO\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(1+\sqrt{2})h}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(\sqrt{6}+2\sqrt{3})h}{4}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+2)h}{4}$$

④ よって，$PO=\frac{(\sqrt{6}+2\sqrt{3})h}{4}-\frac{\sqrt{6}h}{12}$

$$=\frac{(\sqrt{6}+3\sqrt{3})h}{6}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{2}+3)h}{6}$$

となる。

> ※h＝20.6 を代入すると，ＰＯの長さは約 26.2 となり，ＢＯより 1.2 ㎜ほど長いことがわかるが，その差は，この継手の製作上では無視できるレベルである。

上記各部の長さを，切り出し元の立方体の１辺Ｈを基準として表記すると，$H=(1+\sqrt{2})h \rightarrow h=(\sqrt{2}-1)H$ より，

$$PQ=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)H}{12}=\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{6})H}{12}=\frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{2})H}{12}$$

$$OQ=\frac{(\sqrt{6}+2\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)H}{4}=\frac{\sqrt{6}H}{4}$$

$$PO=\frac{(\sqrt{6}+3\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)H}{6}=\frac{(2\sqrt{6}-\sqrt{3})H}{6}=\frac{\sqrt{3}(2\sqrt{2}-1)H}{6}$$ となる。